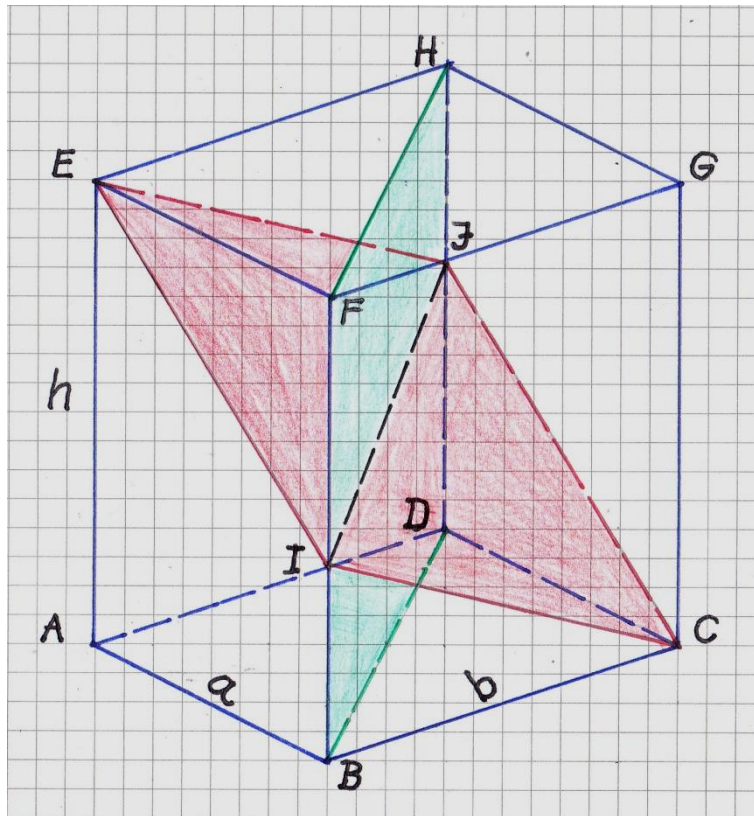


Hasáb metszése – 2.

Előző házi dolgozatunk – melynek címe: **Hasáb metszése – 1.** – kapcsán merült fel bennünk a következő feladat. Ehhez tekintsük az 1. ábrát is!



1. ábra

Itt azt látjuk, hogy egy $\mathbf{a \times b}$ téglalap alapú egyenes hasábot kétféleképpen is elmetszünk:

- 1.) a **BDHF** síkkal,
- 2.) az **EICJ** síkkal, melynek az **EC** testátló az esésvonala.

A feladat

Határozzuk meg a kétféle síkmetszet területének egymáshoz való viszonyát, a **h** hasábmagasság függvényében!

A megoldás

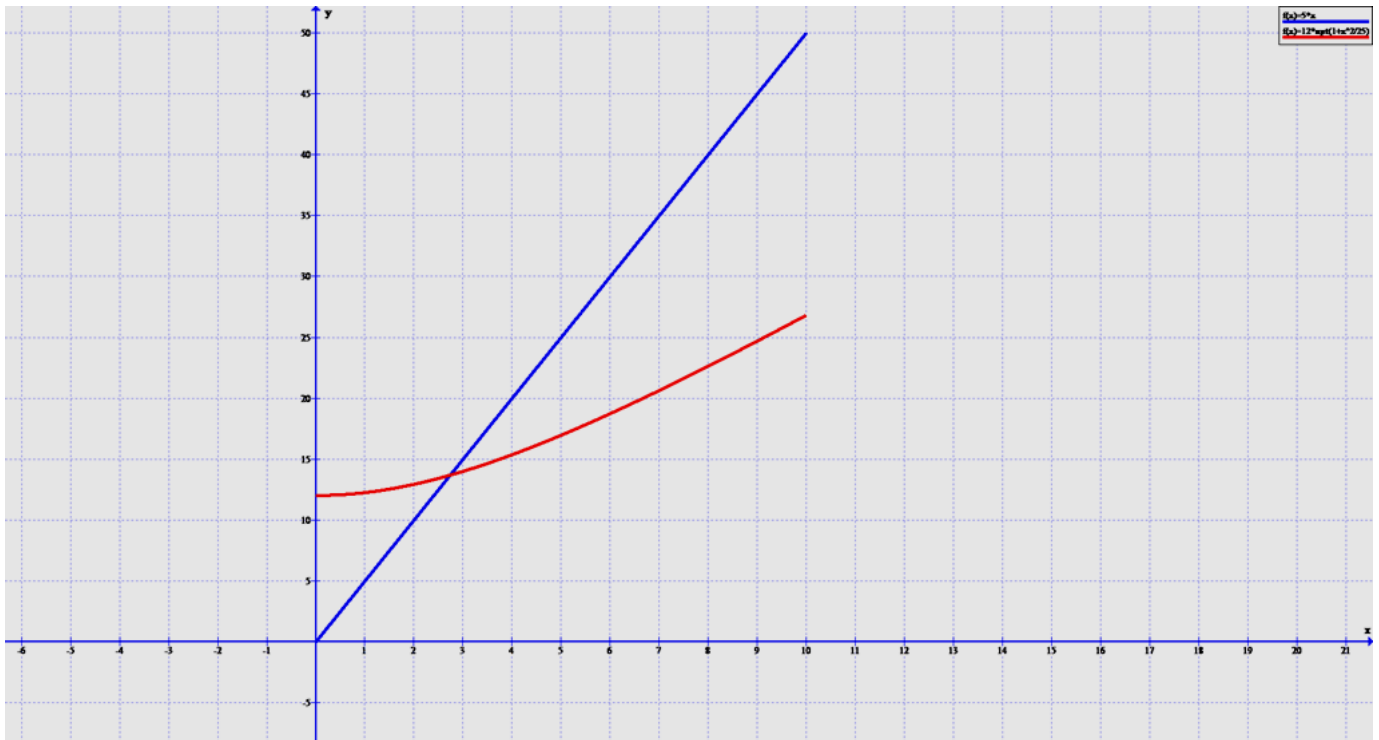
Az 1. síkmetszet területe:

$$T_1 = c \cdot h = \sqrt{a^2 + b^2} \cdot h. \quad (1)$$

A 2. síkmetszet területe az előző dolgozat egyik eredményével:

$$T_2 = a \cdot b \cdot \sqrt{1 + \frac{h^2}{a^2 + b^2}} . \quad (2)$$

Az (1) képlet egy lineáris függvényt, a (2) képlet egy nemlineáris függvényt ír le. Alakulásukat a 2. ábra szemlélteti, az $a = 3 \text{ cm}$, $b = 4 \text{ cm}$ felvett alapadatokkal.



2. ábra

A 2. ábra a **Graph** ingyenes szoftverrel készült, melynek szolgáltatásával a két görbe metszéspontjának koordinátái:

$$\begin{aligned} x_0 &= 2.73576452 \text{ (cm)} \\ f(x_0) &= 13.678823 \text{ (cm}^2 \text{)} . \end{aligned} \quad (*)$$

Eszerint a feladat kérdésére a válasz:

$$T_1 < T_2 , \text{ ha } h < h_0 ,$$

$$T_1 = T_2 , \text{ ha } h = h_0 ,$$

$$T_1 > T_2 , \text{ ha } h > h_0 .$$

A h_0 magasság - adatot könnyen kiszámíthatjuk, paraméteresen is, az alábbiak szerint.

A $T_1 = T_2$ feltétel alapján, (1) és (2) egyenlővé tételével:

$$T_0 = c \cdot h = a \cdot b \cdot \sqrt{1 + \frac{h^2}{c^2}} ; \text{ négyzetre emeléssel:}$$

$$c^2 \cdot h^2 = a^2 \cdot b^2 \cdot \left(1 + \frac{h^2}{c^2}\right) = a^2 \cdot b^2 + \frac{a^2 \cdot b^2}{c^2} \cdot h^2 ; \text{ rendezve:}$$

$$h^2 \cdot \left(c^2 - \frac{a^2 \cdot b^2}{c^2}\right) = a^2 \cdot b^2 ; \text{ tovább alakítva:}$$

$$h^2 \cdot \frac{c^4 - a^2 \cdot b^2}{c^2} = a^2 \cdot b^2 ; \text{ innen:}$$

$$h^2 = \frac{a^2 \cdot b^2 \cdot c^2}{c^4 - (a \cdot b)^2} , \text{ ebből pozitív négyzetgyököt vonva, a „0” indexet is beírva:}$$

$$\underline{h_0 = \frac{a \cdot b \cdot c}{\sqrt{c^4 - (a \cdot b)^2}} , \quad c = \sqrt{a^2 + b^2} .} \quad (3)$$

A fenti számadatokkal és a (3) képlettel:

$$c = 5 \text{ cm} ;$$

$$h_0 = \frac{3 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm}}{\sqrt{5^4 \text{ cm}^4 - (3 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm})^2}} = 2,735764516 \text{ cm} ;$$

$$T_0 = c \cdot h_0 = 5 \text{ cm} \cdot 2,735764516 \text{ cm} = 13,67882258 \text{ cm}^2 ,$$

egyezésben a (*) eredményekkel. ☺

Ezzel kitűzött feladatunkat megoldottuk.

Összeállította: **Galgóczi Gyula**
mérnöktanár

Sződliget, 2014. 11. 12.